4.1. Amortización de una deuda

Amortización es el método por el cual se va liquidando una deuda en pagos parciales. El importe de cada pago sirve para solventar los intereses de la deuda, y el sobrante se abona al capital que se debe en ese periodo.

Para encontrar cada una de las variables o incógnitas, se utiliza la fórmula del valor actual de los diversos tipos de anualidades (véase las unidades anteriores). Generalmente, se calcula con base en el valor actual de las anualidades ordinarias; por eso, la fórmula para calcular los diferentes datos es:

$$C = R \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \quad \ldots\ldots (35)$$

En la amortización se demuestra que:

- El capital va disminuyendo conforme se van dando los pagos, hasta su liquidación total.
- Al ir reduciéndose el capital, los intereses también van descendiendo.
- La amortización del capital va aumentando conforme pasan los periodos, al ir disminuyendo –en la misma proporción– los intereses.
- Si se quieren conocer las amortizaciones de los diferentes periodos, basta multiplicar la primera amortización por la razón:

$$(1 + i)^{n}$$

donde *n* es el número de periodos que faltan para llegar a la amortización del periodo correspondiente.

La suma de las amortizaciones será igual al valor actual o capital inicial del préstamo.

4.2. Tablas de amortización

Para su mayor comprensión, las amortizaciones pueden representarse en una matriz donde:

Las columnas representan lo siguiente:

a. La primera muestra los periodos (*n*).
b. La segunda da el importe de la renta o pago (*R*).
c. La tercera indica los intereses (*I*), y resulta de multiplicar el saldo insoluto (*SI*) anterior por la tasa de interés del periodo (*i*).
d. La cuarta señala la amortización (*A*) del periodo, y resulta de restar al pago del periodo (*R*) los intereses del mismo (*I*).
e. La quinta revela la amortización acumulada (*AA*), consecuencia de la suma de la amortización acumulada (*AA*) del periodo anterior más la amortización (*A*) del periodo en estudio.
f. La sexta expresa el saldo insoluto de la deuda, que se obtiene al hacer alguno de estos procedimientos:
   - Restar al capital inicial (*C*) la amortización acumulada (*AA*) hasta ese periodo.
   - Restar el saldo insoluto del periodo anterior (*SI*) la amortización del periodo (*A*).

Los renglones representan las operaciones de cada uno de los periodos.

Ilustremos lo anterior en el ejercicio siguiente:

Ejercicio 54. Se obtiene un préstamo por $120,000.00 (*C*), los cuales se van a liquidar a través de 6 pagos trimestrales iguales (*n*), con una tasa de interés del 20% convertible trimestralmente (*i*), ¿de cuánto será cada pago?

C = $120,000.00

n = 6 trimestres

i = 20% convertible trimestralmente = 0.20/4 = 0.05 trimestral

R = ? trimestral

$$R = \frac{C\,i}{1-(1+i)^{-n}} \qquad (36)$$

$$R = \frac{120000*0.05}{1-(1+0.05)^{-6}} = \frac{6000}{0.253784603} = \$23{,}642.09621 = \$\ 23{,}642.10$$

N	Renta (*R*)	Intereses (*I*)	Amortización (*A*)	Amortización acumulada (*AA*)	Saldo insoluto (*SI*)
		(*SI*) anterior por (*i*)	R – I	(*AA*) anterior más (*A*)	a) C – (*AA*) b) (*SI*) anterior menos (*A*)
0	-----o-----	-----o-----	-----o-----	-----o-----	120,000.00
1	23,642.10	6,000.00	17,642.10	17,642.10	102,357.90
2	23,642.10	5,117.89	18,524.21	36,166.31	83,833.69
3	23,642.10	4,191.68	19,450.42	55,616.73	64,383.27
4	23,642.10	3,219.16	20,422.94	76,039.67	43,960.33
5	23,642.10	2,198.02	21,444.08	97,483.75	22,516.25
6	23,642.10	1,125.81	22,516.29	120,000.04 *	– 0.04*
Total	141,852.60	21,852.56	120,000.04 *		

* Debido al redondeo de cifras, hay una pequeña variación.

En la tabla, se expresa:

El capital o saldo insoluto (*SI*) va disminuyendo, al igual que los intereses (*I*).

La amortización (*A*) va aumentando conforme pasan los periodos, y aumenta en la misma cantidad en que disminuyen los intereses (*I*).

Si multiplicamos, por ejemplo, la primera amortización por $(1.05)^3$, obtendremos la cuarta amortización sin necesidad de conocer la del tercer periodo:

$17642.10\,(1.05)^3 = 20,411.94$

Lo que concuerda con lo dicho en los incisos, ya que del primer al cuarto periodo hay 3 periodos, número exponente (*n*) de la razón (1 + i).

La suma de las amortizaciones (*A*), o amortización acumulada (*AA*), nos da el total del capital original.

Para obtener el saldo insoluto (*SI*) de cierto periodo, basta aplicar la fórmula del capital de anualidades ordinarias:

$$C = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(35)$$

En donde *n* son los periodos de pago que faltan por efectuar. Por ejemplo: si quisiéramos obtener el saldo insoluto al realizar el cuarto pago, lo haríamos así:

Como se esperan consumar dos periodos más, *n* sería igual a dos:

$$C = 23642.10\left[\frac{1-(1+05)^{-2}}{0.05}\right] = 43,960.36 = \text{ Saldo insoluto del cuarto periodo}$$

NOTA: la diferencia con $43,960.33 de la tabla se explica por el redondeo que se hizo en la misma.

Además, si se quisiera conocer –sin necesidad de ubicar los periodos anteriores– la amortización acumulada de cierto periodo, basta con restar del capital inicial el saldo insoluto del periodo de que se trate. Por ejemplo, para obtener la amortización acumulada del periodo de pago número cuatro, debemos restar a nuestro capital inicial (*C*) –$120,000.00– el saldo insoluto de ese periodo, $43,960.36; entonces, la amortización acumulada será de $76,039.64.

4.3. Fondos de amortización

Es el método por el cual se provee el monto, por medio de una serie de rentas o pagos, para liquidar una deuda. Asimismo funciona para ahorrar o recuperar el valor histórico de un activo. Esto se realiza invirtiendo una serie de pagos iguales, en periodos iguales, durante el lapso de vida útil del bien, con la finalidad de acumular un monto disponible en efectivo para volver a comprar el sustitutivo del activo al término de su uso. Esta práctica es muy práctica financieramente, aun cuando, al llegar al fin de su vida útil, la cantidad acumulada no llegue a cubrir el costo del bien.

En este rubro, se utilizan las fórmulas del monto o valor futuro de las diferentes anualidades, generalmente, la del monto de anualidades ordinarias:

$$M = R \left[\frac{(1+i)^{n} - 1}{I} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (31)$$

4.4. Tablas de fondos de amortización

En este método se utiliza, al igual que en la amortización, una matriz, en donde:

Las columnas se conforman así:

a. La primera expresa los periodos (*n*).

b. La segunda, los pagos o rentas (*R*).
c. La tercera, los intereses (*I*) del periodo, y resulta de multiplicar el saldo final (*M*) del periodo anterior por la tasa de interés (*i*).
d. La cuarta, la cantidad que se acumula al fondo (*CA*), y se calcula sumando la renta (*R*) más los intereses (*I*) del periodo.
e. La quinta, el saldo final (*M*), resultado de la suma del saldo final (*M*) del periodo anterior más la cantidad que se acumula (*CA*) al fondo del periodo.

Los renglones muestran las operaciones de cada uno de los periodos.

Ilustremos lo anterior con el ejercicio siguiente.

Ejercicio 55. ¿Cuál será el depósito anual para acumular, al cabo de 6 años, un monto de $240,000.00, si dichas rentas obtienen un rendimiento de 8% anual? (Los $240,000.00 representan el valor de un activo adquirido hoy, que se pretende reemplazar al final de su vida útil, que es de 6 años).

$$R = \frac{M * i}{(1 + i)^{n} - 1} \qquad \text{……………………………………………………………………………(32)}$$

$$R = \frac{(240000)(0.08)}{(1.08)^{6} - 1} = \$32,715.69274 = \$32,715.69$$

Periodos	Rentas (*R*)	Intereses (*I*)	Cantidad que se acumula al fondo (*CA*)	Saldo final o monto (*M*)
N		(M) anterior por (i)	R + I	(*M*) anterior más (*CA*)

1	32,715.69	-----o-----	32,715.69	32,715.69
2	32,715.69	2,617.26	35,332.95	68,048.64
3	32,715.69	5,443.89	38,159.58	106,208.22
4	32,715.69	8,496.66	41,212.35	147,420.57
5	32,715.69	11,793.65	44,509.34	191,929.91
6	32,715.69	15,354.39	48,070.08	239,999.99 *
Total	196,294.14	43,705.85	239,999.99 *	

* Debido al redondeo de cifras hay una pequeña variación.

Si analizamos la tabla, observamos lo siguiente:

- Las rentas sirven para aumentar la inversión que –al finalizar los periodos de pago– se utiliza para liquidar la deuda, o sustituir el activo al expirar su vida útil.
- Los intereses se agregan a la inversión.
- Si se quiere encontrar el saldo al final de cierto periodo de pago, se calcula con la fórmula del monto de las anualidades ordinarias, tomando en cuenta, en *n*, los depósitos o rentas que se han efectuado hasta ese momento. Por ejemplo, el saldo final al cuarto periodo es:

$$M = 32715.69 \left[\frac{(1 + 0.08)^4 - 1}{0.08}\right] = 147,420.56 =$$ Saldo final (*M*) al terminar el cuarto periodo.

NOTA: la diferencia con $147,420.57 de la tabla se explica por el redondeo que se hizo en la misma.