1.1. Concepto

El interés es la cantidad que debe pagar una persona por el uso del dinero tomado en préstamo. La cantidad del interés depende de las variables siguientes:

- Capital: cantidad que se da en préstamo.
- Plazo: tiempo durante el cual se presta el capital.
- Tasa de interés.

Fórmula general del interés

El interés es el producto que resulta de multiplicar el capital por la tasa; y multiplicándolo por la(s) unidad(es) de tiempo obtenemos el interés total que corresponde a dicha(s) unidad(es).

Para designar los diversos elementos del interés, se emplean las literales siguientes:
I = *Interés*
C = Capital, principal, valor actual o valor presente
i = Tasa de interés por unidad de tiempo
t = Tiempo o plazo

Al aplicar la definición anterior, tenemos la fórmula siguiente:

$I = Cit$ ……………………………………………..(1)[1]

NOTA: para aplicar la fórmula y resolver el problema, los datos de tiempo (*t*) y tasa de interés (*i*) deben referirse a una misma unidad de tiempo.

Ejemplos

Si la tasa es anual y el tiempo 5 años, $t = 5$.

[1] Se enumeran las fórmulas planteadas, con el fin de identificarlas fácilmente en el documento cuando se haga referencia a ellas.

Si la tasa es anual y el tiempo 7 meses, sustituimos *t* por 7/12.

Si la tasa es mensual y el tiempo 2 años, consideramos *t* por 24 meses.

En el mismo caso, si la tasa es trimestral y el tiempo 3 años, convertiremos los años a trimestres: $t = 12$.

En conclusión, siempre convertiremos las unidades de tiempo a las unidades a que hace referencia la tasa.

A continuación, se analiza la fórmula general del interés en una serie de problemas de cálculo del interés (*I*), capital (*C*), tasa de interés (*i*) y tiempo (*t*). (Es importante que realices tus propios cálculos para que compruebes cómo se llegó a los resultados).

Cálculo del interés (*i*)

Ejercicio 1. ¿Qué interés (*I*) produce un capital (*C*) de $40,000.00 en 1 año 7 meses y 21 días (*t*), al 24% anual (*i*)?

$I = ?$

$C = \$40,000.00$

$i = 24\%$ anual = 0.24 anual

t = 1 año x 360 días = 360 días

7 meses * 30 días = 210

21 días = 21

Total de días = 591

Por tanto, $t = 591/360$ años

I = Cit = 40 000 x 0.24 x (591/360) = $ 15,760.00

De la fórmula de interés:

$I = Cit$ ....(1)

se extraen las que sirvan para calcular el capital (*C*), tasa de interés (*I*) y tiempo (*t*), despejando cada una de esas variables de la fórmula de interés (*I*):

C = I / it……….............……………………………….....................………………..(2)

i = I / Ct……………………..…..………………………………….................................…(3)

t = I / Ci……...…………………………………….....................…………………(4)

1.2. Monto, capital, tasa de interés y tiempo.

Cálculo del capital (*c*)

Ejercicio 2. ¿Qué capital (*C*), con tasa de interés del 12% anual (*i*), produce intereses de $15,000.00 (*I*) en 10 meses (*t*)?

C = ?

I = $15,000.00

i = 12% anual = 0.12 anual

t = 10/12 de año

C = I / it = 15000 / [0.12 x (10/12)] = $150,000.00

Cálculo de la tasa de interés (*i*)

Ejercicio 3. ¿Cuál es la tasa de interés (*i*) a la que ha estado invertido un capital de $110,000.00 (*C*) que durante dos años y 5 meses (*t*) produjo $39,875.00 de interés (*I*)?

i = ?

C = $110,000.00

I = $39,785.00
t = 2 años y 5 meses = 29 meses

i = I / Ct = 39875 / (110000 x 29) = 0.0125 = 1.25% mensual

Si el interés es de 1.25% cada mes, corresponde a 1.25 x 12: 15% anual.

NOTA: si la tasa de interés es la incógnita, la unidad de tiempo será la que se maneje en la variable tiempo.

Cálculo del tiempo (*t*)

Ejercicio 4. ¿Qué tiempo (*t*) habrá estado invertido un capital de $85,000.00 (*C*) que produjo un interés de $35,700.00 (*I*) a una tasa anual de 21% (*i*)?

t = ?

C = $85,000.00

I = $35,700.00

i = 21% anual = 0.21 anual

t = I / Ci = 35700 / (85000 x 0.21) = 2 años

NOTA: cuando se pide la tasa de interés en años, automáticamente, la tasa saldrá anualizada. Es decir, toma la unidad de tiempo que maneja la tasa de interés.

Monto de un capital utilizando interés simple

Se conoce por monto a la suma del capital (*C*) más el interés (*I*). (También se le denomina valor futuro, valor acumulado o valor nominal).

Si designamos como *M* a dicha suma, tenemos:

M = C + I…………………………………………………………………………(5)

Y si la fórmula del interés (*I*):

I = Cit…………………………………………………………………………….*(1)*

la sustituimos en la fórmula del monto (*M*) arriba anotada, tenemos que:

M = C + Cit = C (1+ it)……………………………………………………………(6)

Cálculo del monto (*M*)

Ejercicio 5. Si usamos los datos del ejercicio 1, y sabiendo de antemano que el monto (M) relativo es \$55,760.00, comprobamos nuestra nueva fórmula:

$C = \$40{,}000.00$

$i = 24\%$ *anual* $= 0.24$ *anual*

$t = 1$ *año x* 360 *días* $= 360$ *días*

7 *meses* $* 30$ *días* $= 210$

21 *días* $= 21$

Total de días = 591

Por tanto, $t = 591/360$ *años*

$$M = 40000\ [i + (0.24)\ (591/360)]$$

$$M = 40000\ (1 + 0.394)$$

$$M = 40000\ (1.394)$$

$$M = \$55{,}760$$

En función de la fórmula del monto, puede ser necesario calcular el capital, el tiempo o la tasa; en tal caso, se procederá a despejar la incógnita de la fórmula básica.

Así, para buscar el capital (C), tenemos:

$$C = \frac{M}{1 + i\,t} \qquad (7)$$

Para encontrar el tiempo, tenemos:

$$\frac{M}{C} - 1 = i\,t$$

$$\frac{(M/C) - 1}{i} = t \qquad (8)$$

Por último, para encontrar la tasa de interés, aplicamos la fórmula siguiente:

$$\frac{(M/C) - 1}{t} = i \qquad (9)$$

A continuación –mediante ejercicios– se analizan las fórmulas anteriores. (Conviene que realices los cálculos, para que comprendas cómo se resolvieron cada una de las literales).

Cálculo del capital (*C*) utilizando monto (*M*)

Ejercicio 6. ¿Cuál es el capital (*C*) que produjo un monto (*M*) de $135,000.00, a una tasa (*i*) de 14% anual durante nueve meses?

C = ? = $122,171.94

M = $135,000.00

i = 14% = 14% anual = 0.14

t = 9 meses = 9/12 de año

$$C = \frac{13{,}5000}{1 + (0.14)\,(9/12)} = \frac{13{,}5000}{1 + 0.105} = \frac{13{,}5000}{1.105}$$

C = $122,171.94

NOTA: si en el enunciado no se especifica la unidad de tiempo a la que se establece la tasa de interés, se sobreentiende que es anual.

Cálculo del tiempo (*t*) utilizando monto (*M*)

Ejercicio 7. ¿Durante qué tiempo (*t*) un capital (*C*) de $122,171.94, impuesto a 14% anual (*i*), se convierte en un valor futuro (*M*) de $135,000.00?

C = $122,171.94

M = $135,000.00

i = 14% = 14% anual = 0.14

t = ?

$$t = \frac{135000/122171.94) - 1}{0.14} = \frac{1.105 - 1}{0.14} = \frac{0.105}{0.14}$$

*t = 0.75 años = 0.75 * 12 = 9 meses*

NOTA: observa que, como el tiempo resultó en fracción de año, se utiliza una regla de tres para obtener la unidad de tiempo preferida, que en este ejercicio es:

1 año $\longrightarrow$ 12 meses

0.75 año $\longrightarrow$?

Operación: (0.75 x12)/1 = 9 meses

Cálculo de la tasa de interés (*i*) utilizando monto (*M*)

Ejercicio 8. ¿A qué tasa de interés (*i*) habrá estado impuesto un capital (*C*) de $122,171.94, que en 9 meses (*t*) produjo un monto (*M*) de $135,000?

C = ? = $122,171.94

M = $135,000.00

i = ?

t = 9 meses = 9/12 de año

$$i = \frac{(135000/122171.94) - 1}{9/12} = \frac{1.105 - 1}{0.75} = \frac{0.105}{0.75}$$

i = 0.14 = 14% anual

1.3. Tipos de interés simple (clasificación)

Interés simple

Ocurre cuando los intereses que debe pagar el acreedor por cada lapso convenido no se incorporan al capital. Es *simple* porque el capital que lo produce siempre es el mismo.

Interés compuesto

Se da cuando el deudor no paga los intereses a su vencimiento. De este modo, se cuenta –en realidad– con un capital: al acumularse los intereses al capital, éstos producen un nuevo y mayor capital sobre el cual se acumularán los intereses por el siguiente periodo. Y aunque siempre hay una misma tasa, el capital se va incrementando sucesivamente junto con los intereses. Dicho de otro modo, el interés produce a su vez más intereses.

1.4. Descuento bancario o simple

El descuento es la disminución que se hace a una cantidad que se paga antes de su vencimiento. Es decir, es el cobro hecho con anticipación a una cantidad con vencimiento futuro; esto significa que la persona que compra el derecho de cobrar esa cantidad futura efectúa un préstamo por el cual exige un interés, ya que debe transcurrir el tiempo anticipado para recuperar su inversión. A ese interés se le llama descuento: cuando el inversionista (quien compra el documento que ampara la cantidad futura) adquiere en una cantidad menor un valor nominal que vence en el futuro. Asimismo a una cantidad que tiene un vencimiento en un plazo futuro le corresponde un valor actual. A la diferencia entre ambos se le llama descuento.

Para calcular el descuento aplicando el interés simple, se utilizan dos procedimientos: descuento comercial y descuento real o justo. Sus elementos se designan mediante las literales siguientes:

Dc	Descuento comercial.
Dr	Descuento real o justo.
M	Valor nominal o valor futuro.
d = *i*	Tasa de descuento o de interés que se aplica en la operación.
t	Tiempo por el cual se aplica el descuento. Es el periodo que falta para poder cobrar el valor nominal.
C	Valor descontado o valor actual.

Descuento comercial

Se calcula sobre el valor nominal. Consiste en calcular el interés entre el vencimiento de la deuda y la fecha del descuento a cierta tasa sobre el valor nominal.

Fórmula. *Si el descuento comercial es el interés del valor nominal, sustituimos en la fórmula del interés simple (*I = Cit*) los valores correspondientes, considerando que el interés se calcula sobre el valor nominal (*M*) y no sobre el valor actual (*C*):*

$$Dc = Mdt \qquad (10)$$

En función de la fórmula del descuento comercial (*Dc*), puede ser necesario calcular el valor nominal (*M*), tiempo (*t*) y tasa de descuento (*d* = *i*), en cuyo caso se procederá a despejar la incógnita de la fórmula básica.

Así, para buscar el valor nominal (*M*), tenemos:

$$M = \frac{Dc}{d\,t} \qquad \text{……………(11)}$$

Y para encontrar el tiempo (*t*), tenemos:

$$t = \frac{Dc}{Md} \qquad \text{……………(12)}$$

Por último, para encontrar la tasa de descuento (*d* = *i*), tenemos:

$$d = \frac{Dc}{Mt} \qquad \text{……………(13)}$$

Para obtener el valor actual o valor descontado (*C*), se encuentra la diferencia entre el monto o valor nominal (*M*) menos el descuento (*Dc*):

C = M – Dc ……………*(14)*

Al sustituir la fórmula del descuento comercial en la fórmula anterior, tenemos:

C = M – Mdt

Por tanto:

C = M(1 – dt)……………*(15)*

Descuento real o justo

Es la diferencia entre el valor nominal y el actual.

Fórmula

Dr = M – C……………*(16)*

El descuento real o justo puede considerarse como la diferencia entre el valor nominal (*M*) y su valor actual:

$$\left[C = \frac{M}{1 + it} \right]$$

Podemos escribir la fórmula del descuento real así:

$$Dr = M - \frac{M}{1 + it} = M \left[1 - \frac{1}{1 - it} \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Asimismo, para obtener cada una de las demás literales, pueden utilizarse las fórmulas de interés simple ya vistas (6-9).

Mediante el siguiente ejercicio, comparemos ambos procedimientos:

Ejercicio 9. Se tiene un documento con valor nominal de $50,000.00 (*M*) y una tasa de descuento del 2.5% mensual (*d* = *i*):

M = $50,000.00

d = i = 4% = 0.04 mensual

Además, se cuenta con los datos de la tabla siguiente:

Tiempo	Descuento comercial	Descuento real o justo
	$Dc = Mdt$	$Dr = M - \frac{\mathbf{M}}{1+ it}$
1 mes	1,250.00	1,219.51
2 meses	2,500.00	2,380.95
4 meses	5,000.00	4,545.45

6 meses	7,500.00	6,521.74
1 año	15,000.00	11,538.46

La tabla anterior nos revela la diferencia entre los descuentos. El descuento comercial es el interés del valor nominal (*M*), ya que calcula el descuento no sobre el capital invertido, sino sobre la suma de éste más los intereses; de lo que resulta que el descuento se calcula a una tasa mayor que la del problema, pues al disminuir al valor nominal el descuento, se obtendrá una cantidad menor al valor actual. Por tanto, el descuento se rige a una tasa mayor de la que se da en el problema.

La siguiente fórmula es aplicable en ambos tipos de descuento:

$C = M - D$..............……………………………………………………………..…..(14)

Y despejando las demás variables, tenemos:

$D = M - C$.…………………………………………………………………..............(16)

$M = C + D$............………………………………………………………………...(18)

A continuación, se analizan y comparan las fórmulas de descuento comercial (*Dc*) con las de descuento real o justo (*Dr*), mediante los ejercicios siguientes. (No olvides hacer también los cálculos para que sepas cómo fueron resueltas cada una de las literales).

Cálculo del valor descontado (*C*)

Ejercicio 10. ¿Cuál es el valor descontado (*C*) de un documento con valor nominal de $50,000.00 (*M*) y una tasa de descuento del 2.5% mensual (*d* = *i*), si se descuentan 6 meses (*t*) antes de su vencimiento?

$C = ?$

$M = \$50,000.00$

t = 6 meses

d = i = 2.5% mensual = 0.025 mensual

Con descuento comercial (*Dc*):

C = M – Dc ....……………..…...................………………………..…..................(14)

Si D = $7,500.00, obtenido de la tabla arriba indicada en el mes 6, tenemos:

C = 50000 – 7500 = $42,500.00

O si se utiliza la fórmula:

C = M(1 – dt)……..........…………………………………………………………….. (15)

C = 50000[1 – (0.025)(6)] = $42,500.00

Con descuento real o justo (*Dr*), tenemos:

C = M – Dr

Si *D = $6,521.74*, obtenido de la tabla indicada en el mes 6, entonces:

C = 50000 – 6521.74 = $43,478.60

O bien, si se aplica la fórmula:

$$C = \frac{M}{1 + i\,t} \qquad (7)$$

$$C = \frac{50000}{1 + (0.025)(6)} = \$43,478.60$$

Cálculo del tiempo (*t*)

Ejercicio 11. Indica con qué tiempo (*t*) de anticipación se descontó un documento cuyo valor nominal es $50,000.00 (*M*). Se recibió un valor descontado (*C*) de $42,500.00, con descuento comercial; y $43,478.60, con descuento real o justo. Y la tasa de descuento es de 2.5% mensual ($d = i$).

De acuerdo con el descuento comercial (*Dc*), tenemos:

$C = \$42,500.00$

$M = \$50,000.00$

$t = ?$

$d = i = 2.5\%$ mensual $= 0.025$ mensual

$Dc = 50000 - 42500 = \$7,500.00$

$$t = \frac{Dc}{Md} \quad \text{...} (12)$$

$$t = \frac{7500}{50000(0.025)} = 6 \text{ meses}$$

*De acuerdo con el descuento real o justo (*Dr*), tenemos:*

$C = \$43,478.60$

$M = \$50,000.00$

$t = ?$

$d = i = 2.5\%$ mensual $= 0.025$ mensual

$$t = \frac{(M/C) - 1}{i} \quad \text{...} (8)$$

$$t = \frac{(50000/43478.60) - 1}{0.025} = 6 \text{ meses}$$

Cálculo de la tasa de descuento (d = i)

Ejercicio 12. ¿A qué tasa descuento (*d*) se aplicó un documento con valor nominal de $50,000.00 (*M*), si se descontó faltando 6 meses (*t*) para su vencimiento y por el cual se obtuvo un valor descontado (*C*) de $42,500.00, con descuento comercial; y $43,478.60, con descuento real o justo?

Según el descuento comercial (*Dc*):

C = $42,500.00

M = $50,000.00

t = 6 meses

d = i = ?

Dc = 50000 – 42500 = $7,500.00

$$d = \frac{Dc}{Mt} \quad \text{...} (13)$$

$$d = \frac{7500}{50000(6)} = 0.025 = 2.5\%\ mensual$$

Según el descuento real o justo (*Dr*):

C = $43,478.60

M = $50,000.00

t = 6 meses

d = i = ?

$$i = \frac{(M/C) - 1}{t} \quad \text{...} (9)$$

$$i = \frac{(50000/43478.60) - 1}{6} = 0.025 = 2.5\% \text{ mensual}$$

Cálculo del valor nominal (M)

Ejercicio 13. Calcula el valor nominal (*M*) de un documento que se descontó 6 meses (*t*) antes de su vencimiento. Se aplicó una tasa de descuento del 2.5% (*d* = *i*) y se obtuvo un valor descontado (*C*) de $42,500.00, con descuento comercial; y de $43,478.60, con descuento real o justo.

Según el descuento comercial (*Dc*):

C = $42,500.00
M = ?
t = 6 meses
d = i = 2.5% mensual = 0.025 mensual
Dc = $7,500.00
$M = C + D$..(18)
M = 42500 + 7500 = $50,000.00

Si aplicamos la fórmula:

$$M = \frac{Dc}{d\ t} \qquad \text{...(11)}$$

$$M = \frac{7500}{(0.025)(6)} = \$50{,}000.00$$

Según el descuento real o justo (Dr):

C = $43,478.60
M = $50,000.00

t = 6 meses

d = i = 2.5% mensual = 0.025 mensual

$M = C + Cit = C\,(1+ i)$………………………………………………..............................…(6)

$M = 43478.60[1 + (0.025)(6)] = \$50{,}000.00$

1.5. Ecuación de valor

Por diversas razones, a veces el deudor decide cambiar sus obligaciones. Para que esto sea posible, deudor y acreedor deben llegar a un acuerdo en el cual se consideren las nuevas condiciones para realizar la operación, en función de una tasa de interés y de la fecha en que se va a llevar a cabo (a esta última fecha se le conoce como fecha focal).

En la resolución de estos problemas, se utilizan gráficas (de tiempo valor) en las que se representan las fechas de vencimiento de las obligaciones originales y cuándo se realizarán los pagos (se puede utilizar tanto el interés simple como el compuesto). En este caso, se lleva a cabo el procedimiento siguiente:

a. *Etapa 1.* Calcular el monto a pagar de cada una de las obligaciones originales a su vencimiento.
b. *Etapa 2.* Hacer la gráfica de tiempo-valor que considere las fechas de vencimiento. Y se colocan, sobre la misma, los montos en la fecha de su vencimiento.
c. *Etapa 3.* Debajo de la gráfica de tiempo, se ubican los pagos parciales (como las deudas, con sus fechas respectivas).
d. *Etapa 4.* Se determina en la gráfica la fecha focal (de preferencia en donde coincida con algún pago; es recomendable que sea una incógnita, con el fin de realizar el menor número de operaciones).

e. *Etapa 5.* Se efectúa la solución; para ello, se trasladan todas las cantidades a la fecha focal (se debe tomar en cuenta que la suma de todos los pagos debe cubrir la suma de las deudas).
f. *Etapa 6.* Se resuelven las operaciones.

Ejercicio 14. Al día de hoy una persona tiene las obligaciones siguientes:

a. Un préstamo de $30,000.00, otorgado hace 6 meses, con vencimiento el día de hoy e impuesto con una tasa de 2.5% mensual.

C = $30,000.00

t = Hace 6 meses con vencimiento el día de hoy

i = 2.5% = 0.025 mensual

b. Una deuda por $15,000.00 contraída hace tres meses, con vencimiento dentro de 9 meses y con un tipo de interés de 3% mensual.

C = $5,000.00

t = Hace 3 meses con vencimiento dentro de 9 meses.

I = 3% = 0.03 mensual

c. Un compromiso por $50,000.00 contratado hace cuatro meses, con una tasa de 2% mensual y con un vencimiento dentro de 6 meses.

C = $50,000.00

t = Hace 4 meses con vencimiento dentro de 6 meses

i = 2% = 0.02 mensual

d. Una deuda por $10,000.00 contratada hace un mes, con vencimiento dentro de 7 meses y una tasa de 3.5% mensual.

C = $10,000.00

t = Hace un mes con vencimiento dentro de 7 meses

i = 3.5% = 0.035 mensual

Hoy mismo, esta persona decide renegociar sus obligaciones con un rendimiento, en las nuevas operaciones, del 30% anual mediante tres pagos:

- $40,000.00, el día de hoy.
- $35,000.00, dentro de 6 meses.
- El saldo, dentro de 12 meses.

Calcula el importe del saldo utilizando como fecha focal el mes 12.

Solución con interés simple

ETAPA 1

Fórmula: *M = C(1 + it)*.................... ………………………………………………....(6)

DEUDA (D)	OPERACIÓN *M = C(1 + it)*	MONTO DE LA DEUDA
a	30000[1 + (0.025)(6)]	$34,500.00
b	5000[1 + (0.03)(12)]	$ 6,800.00
c	50000[1 + (0.02)(10)]	$60,000.00
d	10000[1 + (0.035)(8)]	$12,800.00
	TOTAL EN VALORES ABSOLUTOS	$114,100.00

ETAPA 2

Da Dc Dd

Db

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|

0 1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12

MESES

Da Dc Dd
Db

34500 60000 12800
6800

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

0 1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12

ETAPA 3

Da Dc Dd
Db

34500 60000 12800
6800

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

0 1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12

40000 35000

X

P1 P2

P3

ETAPA 4

Da Dc Dd
Db

34500 60000 12800

6800

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------*ff*

0 1 2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12

40000 35000

X

P1 P2

P3

ETAPA 5

Da Dc Dd
Db

34500 60000 12800

6800

|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------*ff*

0 1 2 3 4 5 6 7 8

9 10 11 12

40000 35000

X

P1 P2

P3

Suma de las deudas = Suma de los pagos

Σ DEUDAS = Σ PAGOS

NOTA: observa que todas las operaciones están avanzando en el tiempo, por tanto, se busca el monto (M). En cambio, si una cantidad regresa en el tiempo, se calcula el capital.

ETAPA 6

i = 30% = 0.025 mensual

DEUDA	OPERACIÓN	RESULTADO
a	M = 34500[1 + (0.025)(12)]	$44,850.00
b	M = 6800[1 + (0.025)(3)]	$7,310.00
c	M = 60000[1 + (0.025)(6)]	$69,000.00
d	M = 12800[1 + (0.025)(5)]	$14,400.00
	SUMA DE DEUDAS	$135,560.00

PAGO	OPERACIÓN	RESULTADO
a	M = 40000[1 + (0.025)(12)]	$52,000.00
b	M = 35000[1 + (0.025)(6)]	$40,250.00
c	X	X
	SUMA DE PAGOS	$92,250.00 + X

Σ *DEUDAS* = Σ *PAGOS*

$135560 = 92250 + X$

$135560 - 92250 = X$

$43310 = X$

Finalmente, el saldo se liquidará con una cantidad de $43,310.00.